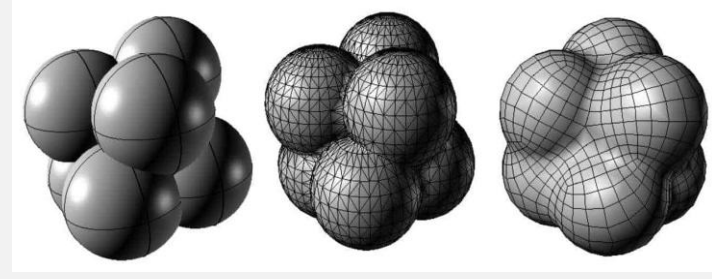


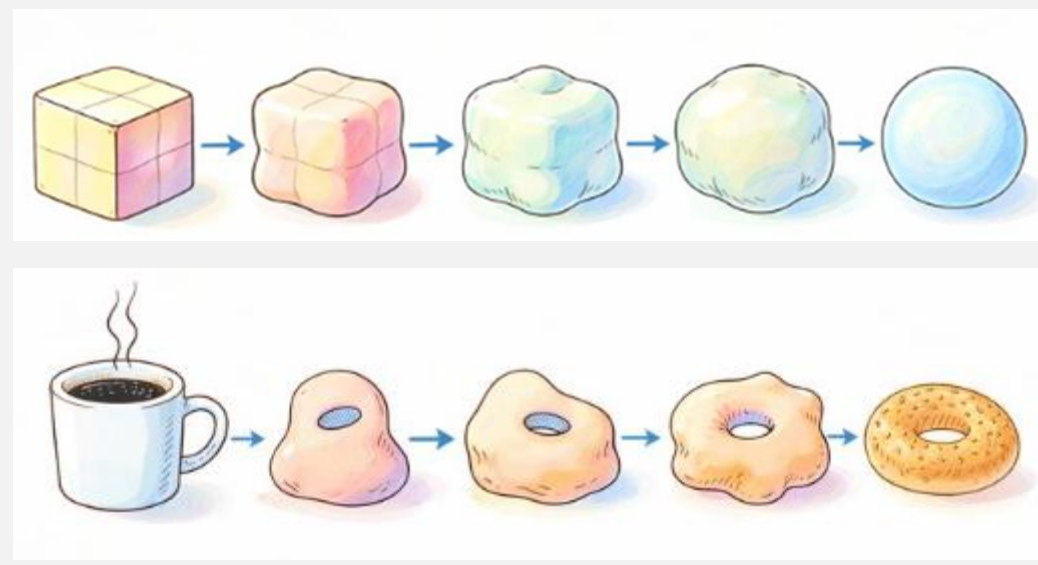
GİRİŞ

Topoloji : Lastiğin Geometrisi

Topoloji, matematiğin şekiller ve uzaylar üzerine odaklanan bir dalıdır. Ancak diğer geometri türlerinden farklı olarak, topoloji için şekillerin kesin ölçüleri veya açıları değil, onların yapısal ve niteliksel özellikleri önem taşır. Temel prensip, şekilleri esnek ve yapışkan olmayan bir lastik gibi düşündürmektir; onları bükmek, germek veya eğmek serbesttir, ancak yırtmak veya parçaları birbirine yapıştırmak yasaktır. İşte bu tür "sürekli deformasyonlar" altında değişmeden kalan özellikler – delik sayısı, bağlantılılık gibi – topolojik özellikler olarak adlandırılır.

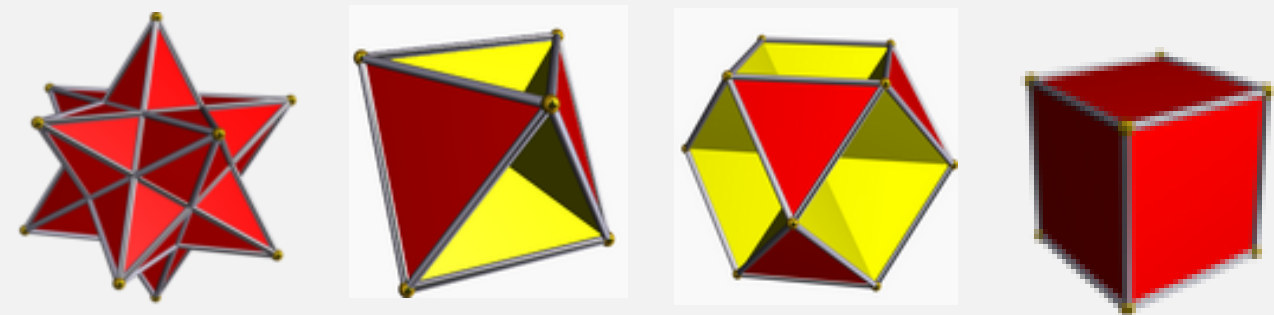


Topoloji, şekillerin bükülme, germe ve sıkıştırma gibi sürekli deformasyonlar altında korunan temel özelliklerini inceler. Yırtma veya yapıştırma işlemlerine izin verilmez. Bu bakış açısıyla, bir küp ile bir küre arasında temel bir fark yoktur, çünkü biri diğerine dönüştürülebilir. Ancak bir simit (torus) bu aileden farklıdır, çünkü ortasındaki delik onu küreden ayıran ve deformasyonlarla giderilemeyen topolojik bir değişmezdir. Bu değişmezler, şekilleri sınıflandırmamızın anahtarıdır.



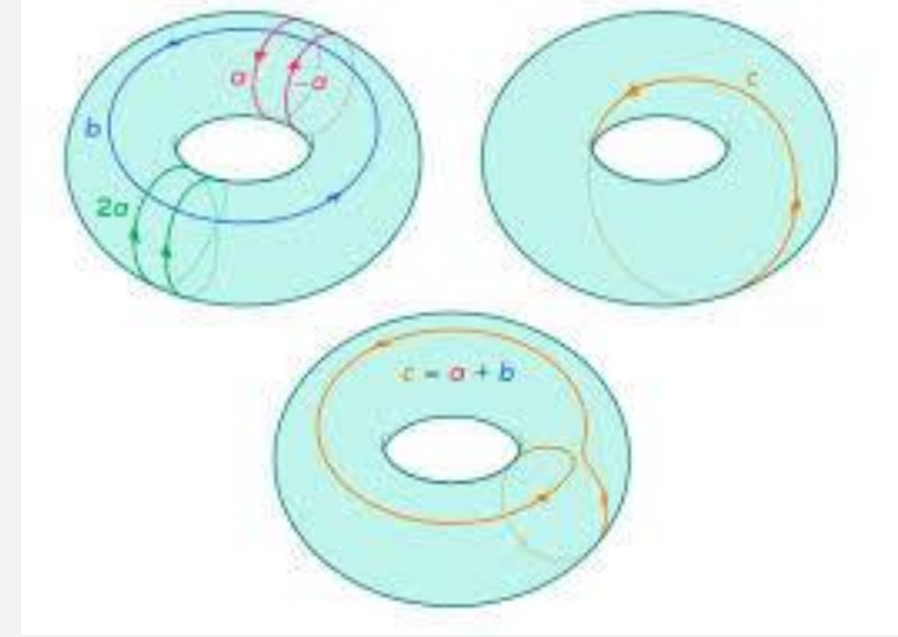
EULER KARAKTERİSTİĞİ

Euler Karakteristiği (χ), bir şeklin köşe (V), ayrıt (E) ve yüzey (F) sayıları kullanılarak hesaplanan ve topolojik bir değişmez olan sayısal bir değerdir. $\chi = V - E + F$ şeklinde hesaplanır. Örneğin, bir küp için 8 köşe, 12 ayrıt ve 6 yüzey vardır: $\chi = 8 - 12 + 6 = 2$. Bir simit (torus) için ise bu değer 0'dır. İlginç olan, χ 'si 2 olan her yüzeyin (küp, piramit, silindir değil) küreye, 0 olan her yüzeyin de simide topolojik olarak denk olmasıdır. Bu formül, farklı görünen şekilleri aynı kategoride gruplamamızı sağlar.



BAĞLANTILILIK

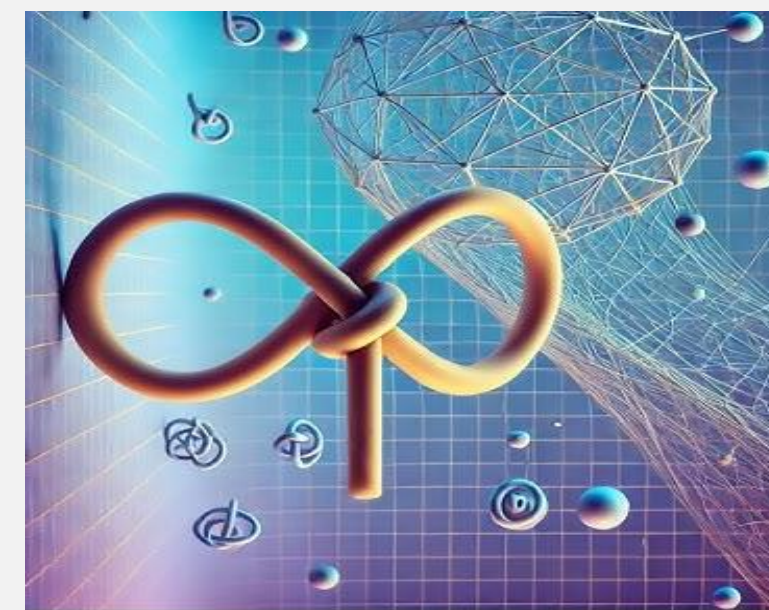
Bağlantılılık, bir şeklin tek parçadan mı yoksa birbirinden ayrı parçalardan mı oluştuğunu ifade eden temel bir kavramdır. Daha ilginç bir kavram olan "Basit Bağlantılılık" ise, şeklin üzerindeki herhangi bir döngünün, şekli terk etmeden sürekli bir şekilde bir noktaya büzülüp büzülemeyeceğini sorgular. Bir disk veya bir küre basit bağlantılıyken, bir halka (çember) veya bir simit basit bağlantılı değildir, çünkü merkezindeki deliğin etrafına sarılmış bir döngüyü deliği kapatmadan bir noktaya indirgemek imkansızdır.



DÜĞÜM TEORİSİ

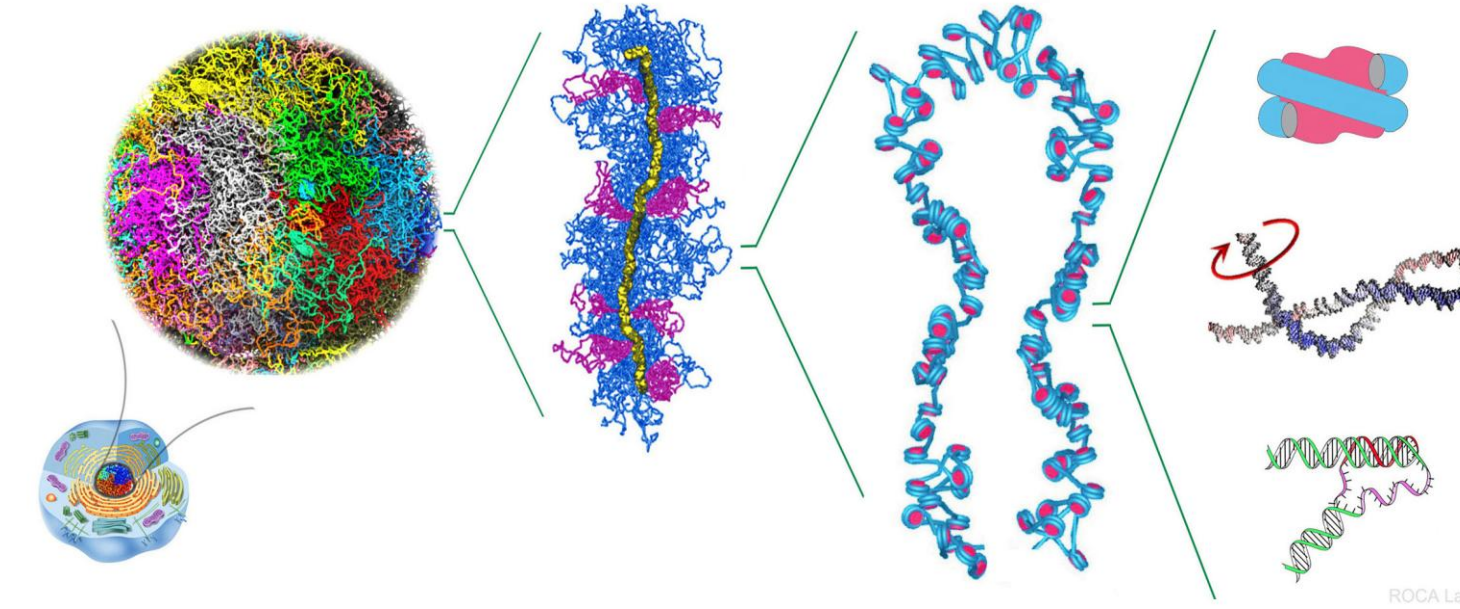


Düğüm teorisi, üç boyutlu uzaydaki kapalı eğrileri inceleyen topolojinin bir alt dalıdır. En basit düğüm, önemsiz düğüm (unknot) olarak adlandırılan basit bir çemberdir. "Üçlü düğüm" (trefoil) ise onu çözemeyeceğimiz en basit düğümdür. Temel soru, iki düğümün aynı olup olmadığını anlamaktır. Bunun için, düğümün farklı temsillerinde değişmeyen "düğüm invariantları" kullanılır. Örneğin, Jones Polinomu, bir düğüme özgü bir polinom atayarak, iki düğümün farklı olduğunu ispatlamamıza yardımcı olur.



TEKNOLOJİ VE YAPAY ZEKÂ

Doğada gördüğümüz düğümler sadece iplerden oluşmaz. DNA molekülü, hücre çekirdeğine sığabilmek için karmaşık bir şekilde katlanır ve sıkıştırılır, bu süreçte bazen kendi üzerine düğümlenir. İşte burada düğüm teorisi devreye girer. Hücre, bu "DNA düğümlerini" çözmek veya kontrol altına almak için özel enzimlere sahiptir. Bu enzimler, tıpkı bir düğüm teorisyeninin yaptığı gibi, DNA'yı kesmeden onun topolojisini değiştirerek yaşam için gerekli olan okuma ve kopyalama işlemlerinin gerçekleşmesini sağlar.



Euler Karakteristiği, sadece küp ve simit gibi makro şekiller için değil, atomik seviyedeki malzemeleri anlamak için de kritiktir. Grafen gibi iki boyutlu malzemeler, tek atom kalınlığındaki bal peteği örgülü karbon ağlarıdır. Bu ağlardaki bir halka (beşgen veya yedigen) bir "topolojik kusur" olarak kabul edilir ve malzemenin elektronik özelliklerini kökten değiştirir. Dolayısıyla, bir malzemenin sahip olduğu bu mikroskobik topolojik yapı, onun iletken mi yarı iletken mi olduğunu belirleyerek yeni nesil teknolojilerin temelini atmamızı sağlar.

"bağlantılılık" kavramı, bir robotun etrafındaki dünyayı nasıl algıladığını modellediğimiz "Konfigürasyon Uzayı"nın temelini oluşturur. Robot ve çevresindeki engeller, bu soyut uzayda farklı bölgelere karşılık gelir. Robotun ulaşamayacağı noktalar, bu uzayda "bağlantısız" adalar gibidir. Robotikçiler, bu topolojik haritayı kullanarak, robotun bir noktadan diğerine, tıpkı bir döngüyü bürer gibi, en verimli ve güvenli yolu bulmasını sağlarlar. Bu, robotun engellerle çevrili bir ortamda sıkışıp kalmadan hareket edebilme becerisinin arkasındaki matematiksel zeminidir.



GELECEĞİN TOPOLOJİSİ



Topoloji, matematiğin yalnızca şekillerle ilgilenen soyut bir dalı olmaktan çıkıp, DNA'nın sarmal yapısını çözmekten robotik hareket planlamaya, evrenin global şeklini modellemekten yeni nesil malzemeleri tasarlamaya kadar uzanan kritik uygulamalarla gerçek dünyanın temel bir dili haline gelmiştir. Bize, nesnelerin ölçülebilir özelliklerinden ziyade, onların bükülüp şekil değiştirse dahi korunan "değişmez" özelliklerini—bağlantılılık, delik sayısı ve düğüm yapısı gibi—analiz etme gücü verir. Önümüzdeki dönemde, topolojik kuantum hesaplama ile geleneksel sınırları aşan bilgisayarların, topolojik yalıtkanlar ile enerji kaybının olmadığı iletim sistemlerinin ve nöro-topoloji ile beynin bağlantısal haritasının daha derinlemesine anlaşılmasının bu disiplinin öncülüğünde hayat bulması beklenmektedir. Kısacası topoloji, soyutluğun gücünü kullanarak teknolojik ve bilimsel devrimlerin temelini atmaya devam edecek görünmez bir kahramandır.



KAYNAKÇA

<https://www.ulakbilge.com/>
<https://evrimagaci.org/>
<https://tr.wikipedia.org/>
<https://www.sanatkarnavali.com/>
<https://www.matematikciler.com/>
<https://bilimgenc.tubitak.gov.tr/>
 ChatGpt
<https://www.youtube.com/watch?v=Z4U4W28EFik>
<https://www.youtube.com/watch?v=MpMWmQFf18A>
<https://www.youtube.com/watch?v=kqELbUgufGM>