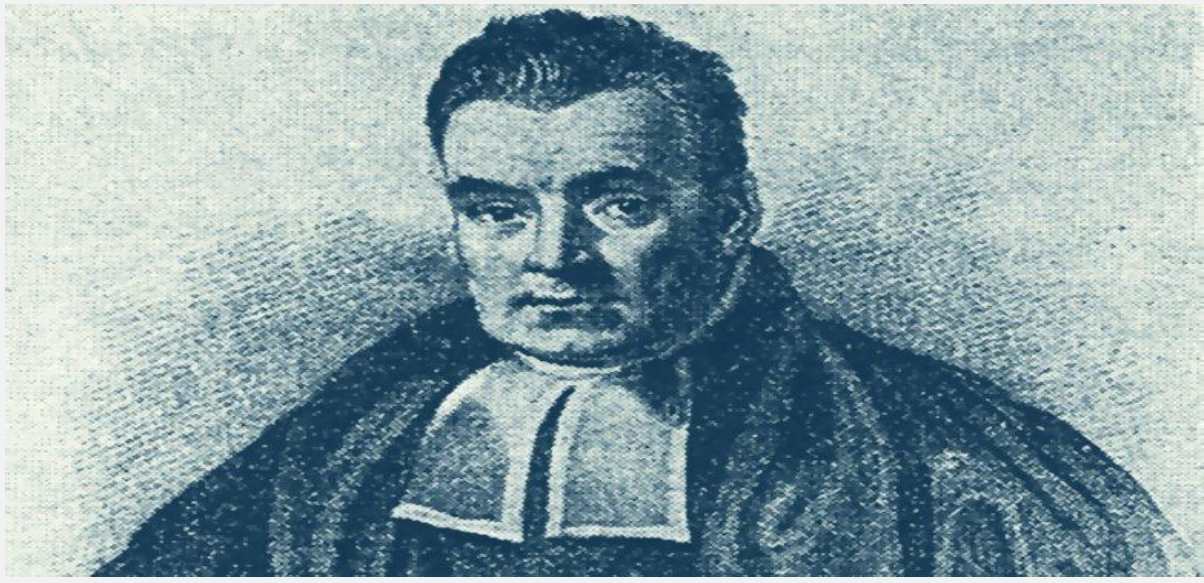


GİRİŞ

Belirsizlikle çevrili bir dünyada yaşıyoruz. Bir tıbbi testin sonucunun gerçekten bir hastalığınız olduğu anlamına gelip gelmediğini veya bir e-postanın bir spam olup olmadığını nasıl bilebiliriz? İşte burada Bayes Teoremi devreye giriyor.

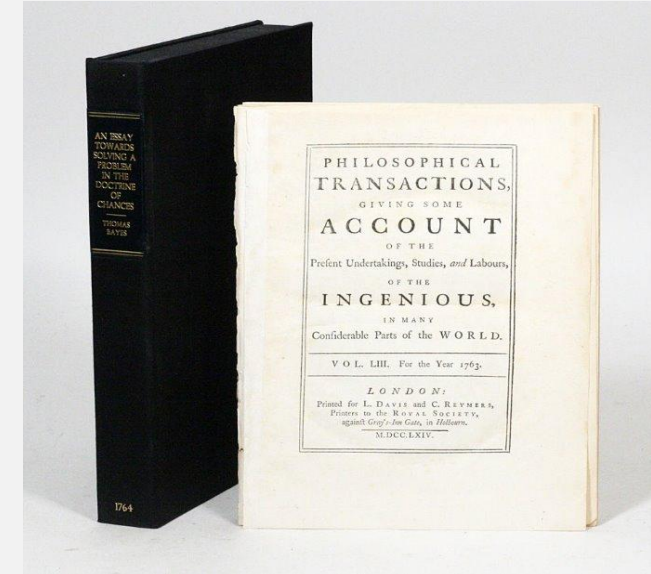
Bu teorem, yeni kanıtlar elde ettikçe inançlarımızı veya olasılık tahminlerimizi matematiksel olarak güncellememizi sağlayan, olasılık teorisinin temel taşlarından biridir. İstatistiğin babası olarak bilinen saygıdeğer Thomas Bayes'in mirası olan bu basit ama güçlü formül, modern yapay zekâdan tıbbi teşhise ve günlük karar verme süreçlerine kadar her yerde kullanılan pratik bir araçtır.



BAYES TEOREMİNİN TARİHÇESİ



Bayes Teoremi, 18. yüzyılda İngiliz matematikçi ve din adamı Thomas Bayes tarafından ortaya atılmıştır. Bayes, olasılıkların yeni bilgiler ışığında nasıl değiştiğini açıklayan bu fikri ilk kez "An Essay Towards Solving a Problem in the Doctrine of Chances" adlı makalesinde ele almıştır. Bayes'in ölümünden sonra arkadaşı Richard Price çalışmayı düzenleyip 1763 yılında yayımlamış ve teorem bilim dünyasında tanınmıştır. 19. yüzyılda Pierre-Simon Laplace, Bayes'in yöntemini geliştirerek bugün kullanılan genel formunu oluşturmuştur. Modern çağda ise Bayes teoremi; istatistik, yapay zekâ, tıp ve veri bilimi gibi birçok alanda temel bir araç hâline gelerek büyük bir önem kazanmıştır. Bugün teorem, belirsizlik altında rasyonel çıkarım yapmayı mümkün kılan en etkili matematiksel yöntemlerden biri olarak kabul edilmektedir.



FORMÜL

Bayes Teoremi Formülü

$$P(A | B) = \frac{P(A) P(B | A)}{P(B)}$$

- $P(A|B)$ = B olayı gerçekleştiğinde A olayının gerçekleşme olasılığı
- $P(A)$ = A olayının gerçekleşme olasılığı
- $P(B|A)$ = A olayı gerçekleştiğinde B olayının gerçekleşme olasılığı
- $P(B)$ = B olayının gerçekleşme olasılığı

İSPAT

B biliniyorken A olayının koşullu olasılığı,

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

ve A biliniyorken B olayının koşullu olasılığı,

$$P(B | A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$$

dir. Her iki formülde de kesişim olayını yalnız bırakalım:

$$P(A \cap B) = P(A | B) \cdot P(B)$$

$$P(B \cap A) = P(B | A) \cdot P(A)$$

Böylece $P(A | B) \cdot P(B) = P(B | A) \cdot P(A)$ olup

$$P(A | B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}$$
 elde edilir.

KULLANIM ALANLARI

Tıp: Test sonuçlarına göre gerçek hastalık olasılığını belirlemede kullanılır. Ayrıca yanlış pozitif ve yanlış negatif sonuçların klinik değerlendirmeye etkisini daha doğru yorumlamaya yardımcı olur.



Yapay Zekâ: Görüntü tanıma, konuşma tanıma ve dil işleme süreçlerinde belirsizliği yönetir. Modellerin yeni verilere göre daha isabetli tahmin yapmasını sağlar.

Meteoroloji: Güncel ölçümlerle yağış ve fırtına olasılıklarını yeniden hesaplar. Hava tahminlerin doğruluğunu artırarak risk analizini güçlendirir.



Adli Bilimler: DNA eşleşmesi, parmak izi veya diğer delillerin bir kişiye ait olma olasılığını hesaplamak için kullanılır.



Oyun Teorisi: Rakiplerin önceki hamlelerine bakarak onların sonraki hamle olasılıklarını tahmin etmeye yardımcı olur.



Robotik: Sensörlerden gelen belirsiz ve gürültülü verilerin değerlendirilmesini sağlar. Robot, konum kestirimi, algılama ve hareket kararlarını olasılıksal olarak günceller.

Finans: Kredi riski, dolandırıcılık olasılığı ve yatırım kararlarının belirsizlik altında daha doğru biçimde tahmin edilmesini sağlar.



ÖRNEK

Bir mahallede, çocukların %90'ı gripten, %10'u ise kızamıktan hastalanıyordu; başka bir hastalık yoktu. Kızamıkta döküntü görülme olasılığı 0,95, grip te ise 0,08'dir. Bir çocukta döküntü oluşursa, grip olma olasılığını bulun.

ÇÖZÜM:

F: gripli çocuklar

M: kızamıklı çocuklar

R: döküntü belirtisi gösteren çocuklar

$$P(F) = 0.9, \quad P(M) = 0.1$$

$$P(R | F) = 0.08, \quad P(R | M) = 0.95$$

Bayes formülü:

$$P(F | R) = \frac{P(R | F) P(F)}{P(R | M) P(M) + P(R | F) P(F)}$$

Hesaplayalım:

$$P(F | R) = \frac{0.08 \times 0.9}{0.95 \times 0.1 + 0.08 \times 0.9}$$

$$= \frac{0.072}{0.095 + 0.072} = \frac{0.072}{0.167} \approx 0.43$$

$$P(F | R) \approx 0.43$$



KAYNAKÇA

https://tr.wikipedia.org/wiki/Thomas_Bayes
<https://biblio.co.uk/book/essay-towards-solving-problem-doctrine-chances/d/1268824150>
https://tr.wikipedia.org/wiki/Pierre-Simon_Laplace
<https://www.modernbilgelik.com/post/bayesteoremi>
<https://www.derspresso.com.tr/matematik/olasilik/kosullu>
<https://www.kemalarikan.com/turkiyede-tip-egitimi.html>
<https://www.deryauluduz.com/yapay-zeka-insan-beynine-ne-kadar-beniyor/>
<https://www.istockphoto.com/tr/foto%C4%9Frafklar/meteoroloji>
<https://uskudar.edu.tr/mdbf/adli-bilimler>
<https://ceyrekmuhendis.com/oyun-teorisi/>
<https://byjus.com/maths/bayes-theorem-questions/>
ChatGPT