

GİRİŞ

Av-avcı denklemleri, biyolojinin en ünlü matematiksel modellerinden biridir ve ismini 20. yüzyıl bilim insanları Alfred J. Lotka ile Vito Volterra'dan alır.

Bu model, birbiriyle besin zinciri içinde ilişkili iki canlı grubunun – av ve avcı – popülasyonlarının, birbirlerine bağlı olarak nasıl inişli çıkışlı bir döngü içinde değiştiğini açıklar.

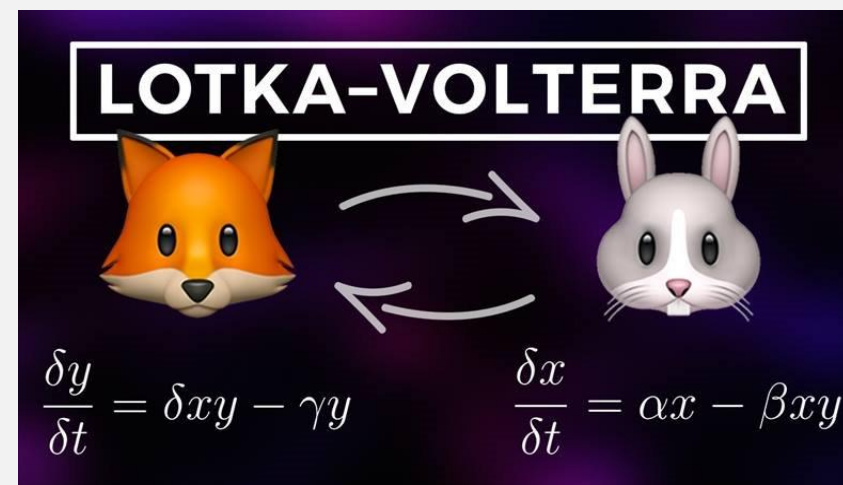
Sistem, sabit bir kurala göre ilerleyen sayı dizilerinden farklı olarak, sürekli değişen ve birbirini etkileyen iki değişkenin (av ve avcı sayıları) dinamik ilişkisini temsil eder. Doğadaki bu karşılıklı bağlılık ve denge, bir diferansiyel denklem sistemi ile ifade edilir.

$$\frac{dx}{dt} = \alpha x - \beta xy,$$

$$\frac{dy}{dt} = \delta xy - \gamma y,$$

LOTKA-VOLTERRA DENKLEMİ

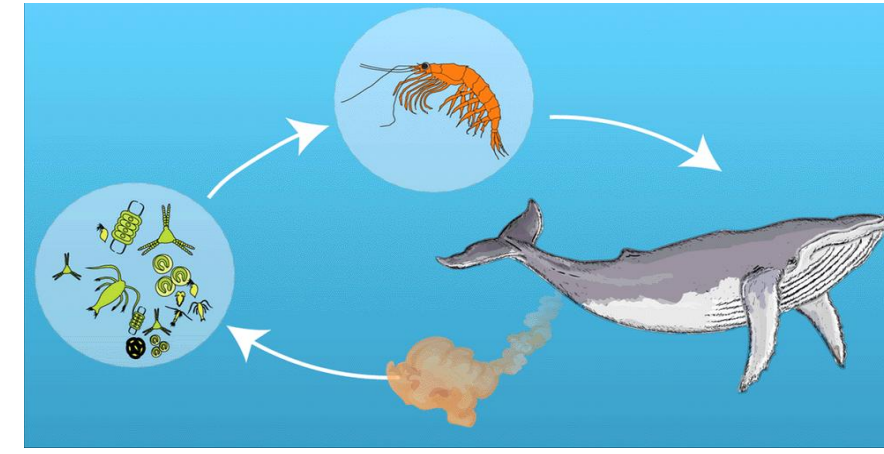
Popülasyon dinamiğinin temel modellerinden biri olan Lotka-Volterra denklemleri, av ve avcı etkileşimlerinin matematiksel temelini oluşturur. Bu sistem, iki popülasyonun karşılıklı bağımlılığını diferansiyel denklemlerle tanımlayarak ekolojik sistemlerdeki salınımların niceliksel analizine olanak sağlar.



Yukarıda sunulan denklem sisteminde, av popülasyonundaki değişim oranı, kendi doğal üreme hızı ile avcı tarafından tüketilme oranının farkıyla belirlenir. Buna karşılık, avcı popülasyonunun değişim hızı ise avlanma verimliliği ile doğal ölüm oranı arasındaki ilişkiye bağlıdır. Sistem parametreleri olan α , β , δ , γ sabitleri, sırasıyla avın üreme hızı, avlanma verimliliği, avcının avdan elde ettiği enerji kazancı ve avcının doğal ölüm oranını temsil etmektedir. Teorik olarak sistem bir denge noktasına sahip olsa da, gerçek ekosistemlerde bu denge dinamiktir ve sürekli salınımlar gözlemlenmektedir.

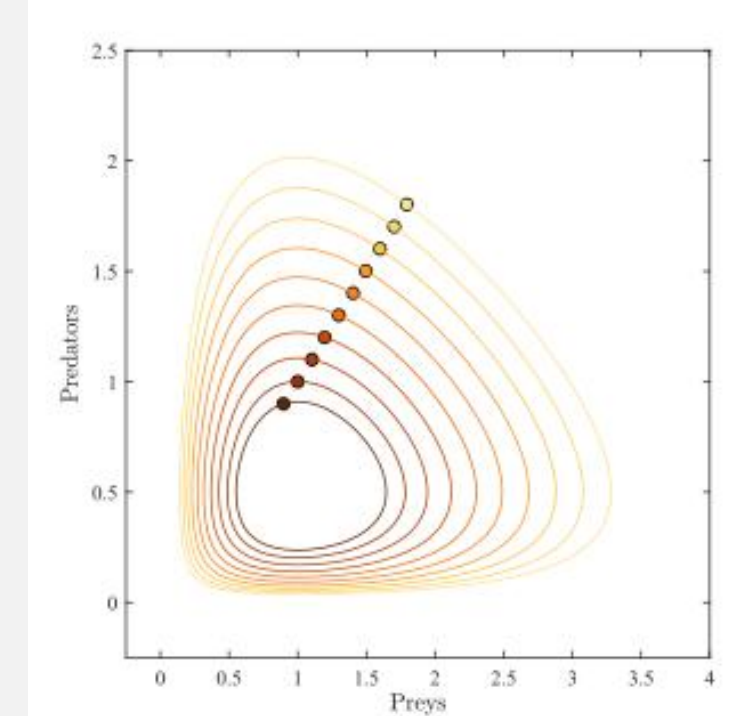
DOĞADA AV-AVCI DÖNGÜLERİ

Okyanus ekosistemlerindeki en önemli av-avcı ilişkilerinden biri de Köpek Balığı ve Somon balığı arasında gözlemlenmektedir. Bu iki tür arasındaki denge, besin zincirinin sağlıklı işleyişi açısından kritik öneme sahiptir. Köpek balığı popülasyonlarındaki artış, somon sayılarında gözle görülür bir azalmaya yol açarken; köpek balığı sayılarının azalması, somon popülasyonunun kontrolsüz şekilde büyümesine neden olmaktadır. Bu karşılıklı etkileşim, okyanus ekosistemlerindeki doğal dengenin korunmasında hayati rol oynamaktadır.



FAZ UZAY GRAFİĞİ VE SALINIMLAR

Lotka-Volterra denklemlerinin dinamik yapısı, faz uzayı grafikleri ile görselleştirildiğinde daha net anlaşılır. Faz uzayı, av popülasyonunun avcı popülasyonuna karşı çizildiği bir düzlemde, sistemin zaman içindeki tüm durumlarını temsil eden kapalı bir eğriden oluşur. Bu eğri, iki popülasyon arasındaki karşılıklı bağımlılığı ve kaçınılmaz salınım döngüsünü gösterir.



Yukarıdaki grafikte görüldüğü gibi, sistem asla bir noktada durmaz, sürekli bir döngü içinde hareket eder. Av sayısındaki artış, bir süre sonra avcı popülasyonunun büyümesine yol açar. Avcı sayısı arttıkça av popülasyonu baskı altına girer ve azalmaya başlar. Av popülasyonunun azalması ise bu sefer avcılarının yiyecek kısıtı nedeniyle decime uğramasına neden olur. Bu döngü, grafikteki kapalı eğri üzerinde sürekli tekrarlanır. Faz uzayındaki bu döngüsel yapı, av-avcı ilişkisinin matematiksel olarak dengede olduğunu, ancak bu dengenin statik değil, dinamik bir denge olduğunu kanıtlar.

UYGULAMA ALANLARI

Lotka-Volterra denklemleri, teorik bir model olmaktan çıkarak salgın hastalıklarla mücadeleden nesli tükenen türlerin korunmasına, hatta yapay zekâ algoritmalarına kadar uzanan geniş bir yelpazede hayati öneme sahip uygulamalara dönüşmüştür.

EPIDEMİYOLOJİ: Salgın hastalıkların yayılımı, av-avcı dinamiğine benzer şekilde modellenebilir. Bu modelde **patojenler (virüs/bakteri) av, bağışıklık sistemi hücreleri ise avcı** rolündedir. Patojenlerin çoğalması, bağışıklık sisteminin daha güçlü bir şekilde tepki vermesine yol açar. Bu karşılıklı mücadele, hastalığın seyrini ve toplumdaki yayılma hızını belirler. COVID-19 salgını sırasında, bu tür modeller, farklı müdahale stratejilerinin (sokağa çıkma yasağı, aşılama) olası sonuçlarını tahmin etmek için kullanılmıştır.



YAPAY ZEKÂ: Çok-ajanlı sistemler ve otonom robot sürüleri, av-avcı denklemlerinden esinlenerek tasarlanmaktadır. Bir grup drone'un bir hedefi kuşatması veya bir arama-kurtarma ekibinin enkaz alanını taraması sırasında, her bir ajan (avcı), hedefi (av) en verimli şekilde "avlamak" için koordine olur. Bu, kaynakların israf edilmeden ve çakişma olmadan kullanılmasını sağlar.

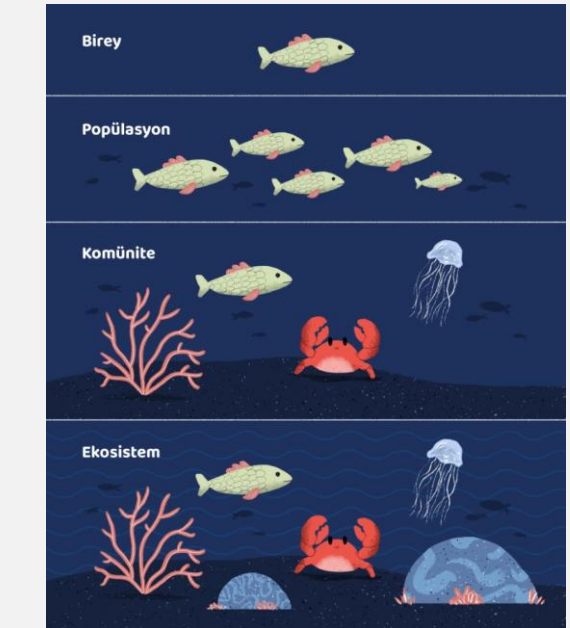


KORUMA BİYOLOJİSİ: Nesli tükenme tehlikesi altındaki türleri kurtarmak için hazırlanan eylem planları, av-avcı ilişkilerini doğru modellemekten geçer. Örneğin, vaşak gibi bir yırtıcının doğaya yeniden salınması planlanırken, bu yırtıcının mevcut av popülasyonları (tavşan, geyik) üzerindeki etkisi bu denklemlerle simüle edilir. Böylece, yırtıcının ekosisteme yeniden entegre olması süreci kontrol altında tutularak, hem yırtıcının hem de av popülasyonlarının sürdürülebilirliği güvence altına alınır.



BALIKÇILIK PROBLEMİ

Lotka-Volterra denklemleri, teorik bir model olmaktan çıkıp balıkçılık endüstrisinde karşılaşılan gerçek bir problemin çözümüne ışık tutar. Bir lagünde bir arada yaşayan somon (av) ve köpek balığı (avcı) popülasyonları düşünüldüğünde, balıkçıların sadece somon avlaması durumunda sistemin nasıl etkileneceği sorusu ortaya çıkar. Bu problem, denklemlere bir avlanma terimi (E) eklenerek modellenir. Buna göre somon popülasyonunun değişim denkleminde -Ex terimi eklenir ve bu, balıkçıların avlanma şiddetini temsil eder. Matematiksel analizler gösterir ki, avlanma oranı (E) belirli bir kritik eşiği aştığında, sadece somon popülasyonu azalmakla kalmaz, onunla beslenen köpek balığı popülasyonu da yiyecek kıtlığı nedeniyle çöker. Bu durum, geri dönüşü zor olan ekolojik bir yıkıma yol açar. Bu nedenle Lotka-Volterra modeli, sürdürülebilir balıkçılık kotalarının belirlenmesinde ve ekosistem dengesinin korunmasında hayati bir rol oynar.



KAYNAKÇA

1. Lotka, A. J. (1925). Elements of Physical Biology. Williams & Wilkins.
2. Volterra, V. (1926). Variazioni e fluttuazioni del numero d'individui in specie animali conviventi. Mem. R. Accad. Naz. dei Lincei.
3. Murray, J. D. (2002). Mathematical Biology: I. An Introduction. Springer.
4. Gotelli, N. J. (2008). A Primer of Ecology. Sinauer Associates.
5. Turchin, P. (2003). Complex Population Dynamics: A Theoretical/Empirical Synthesis. Princeton University Press.
6. Hirsch, M. W., Smale, S., & Devaney, R. L. (2012). Differential Equations, Dynamical Systems, and an Introduction to Chaos. Academic Press.
7. Kingsland, S. E. (1995). Modeling Nature: Episodes in the History of Population Ecology. University of Chicago Press.
8. "Predator-Prey Interactions", Nature Education Knowledge, 3(10):50
9. "The Lotka-Volterra Model", MIT OpenCourseWare
10. "Hudson's Bay Company Lynx and Hare Records", Ecological Archives